

情報解析学特論 (科目コード subject code : S)

(Introductory Functional Analysis for Mathematical Science)

種別・単位 : 講義・2単位(週1講時) Lecture/ 2credits (1 lecture hour per week)

開講期 : 第1学期 First semester

担当者 : 田中 章 (コンピュータサイエンス専攻・数理計算科学講座・内線6809)

Akira Tanaka (Division of Computer Science, Ext.6809, takira@main.ist.hokudai.ac.jp)

主題と目標 Subject & Objective

多くの数理工学的な問題においては、現象を記述する数理モデルの構築や、何らかの目的に沿った最適化基準を満たす解を与えることが肝要となる。モデルの妥当性や安定性を解析するためには、真の現象とモデルとの誤差に対する摂動解析が必要となり、最適化基準を満たす解を得るには、多くの場合反復法が必要となる。本講義では、これらに共通する重要な道具立てとなる、行列やベクトルを変数とする関数の微分に関する理論について学習する。

In many engineering problems, we have to construct a mathematical model of the problems and obtain a solution satisfying a certain criterion. In order to analyze the stability of the model, perturbation analyses are important. Obtaining a solution requires an iterative method in many cases. As one of common tools for these problems, differentials of functions with vector or matrix variables are lectured.

授業計画 (項目, 授業実施回数, 内容) Lecture Plan

項目 Item	回数 hour	内容 Contents
序論 introduction	1	数理工学的な問題における微分の重要性を理解する。 Importance of differentials of functions is overviewed.
線形代数の復習 Review of linear algebra	2	行列やその演算、行列式や階数・トレースとそれらの性質について復習する。 Matrices and their operations, determinant, rank and trace of a matrix are briefly reviewed.
固有値分解、特異値分解、一般逆行列 Eigenvalue decompositions, singular value decompositions, generalized inverses	3	固有値・固有ベクトルとその性質について復習するとともに、その直感的な解釈について理解する。また、工学的な問題を解析するにあたり重要な道具立てとなる特異値分解や一般逆行列について理解する。 Properties of eigenvalues and eigenvectors are reviewed. Singular value decompositions and generalized inverses which are important tools in mathematical engineering problems are lectured.
クロネッカー積とvec作用素 Kronecker product and vec operator	2	行列変数の関数の微分を考察する際に重要な道具立てとなる、クロネッカー積やvec作用素とそれら性質について理解する。 Kronecker product and vec operator which are important tools to deal with a differential of matrix functions are lectured.
多変数関数の微分 Differential of multivariate functions	3	実数からなる集合の位相的な性質について理解するとともに、それに基づく多変数関数の微分・微分係数の定義やその存在条件などについて理解する。 Topological properties of the set of real numbers are lectured. Differentials and derivatives of multivariate functions are also lectured.
様々な多変数関数の微分、ヤコビ行列・ヘッセ行列 Differentials of various functions, Jacobian matrices, Hessian matrices	3	逆行列や行列式、固有値・固有ベクトル等、重要な行列変数関数の微分について理解する。また、工学的な問題において多く用いられる重要な関数のヤコビ行列やヘッセ行列について理解する。 Differentials of inverses, eigenvalues, eigenvectors, etc. are lectured. Jacobian matrices and Hessian matrices which are important tools in mathematical engineering problems are also lectured.
ニュートン法による行列変数関数の最適化 Optimization by Newton method	1	これまでに学習した内容の実例として、行列変数関数のニュートン法の構築例を学ぶ。 Newton method for functions with matrix variable is introduced as an example of applications of the contents in this lecture.

評価・教材・受講条件等 Evaluation・Materials・Pre-requisites

《評価》 行列やベクトルを変数とする関数の微分に関する理論の、各自の研究課題への応用可能性について論じたレポートを課し総合的に学習の達成度を評価する。

Evaluation will be carried out by a report for applications of the subject to individual research field.

《教材》 受講者に講義資料を配付する。教科書は使用しない。

Original materials will be distributed.

《受講条件》 有限次元の計量ベクトル空間や行列の初歩等を習得していることを前提とする。

Basic knowledge of finite dimensional vector spaces and matrix theory are needed.